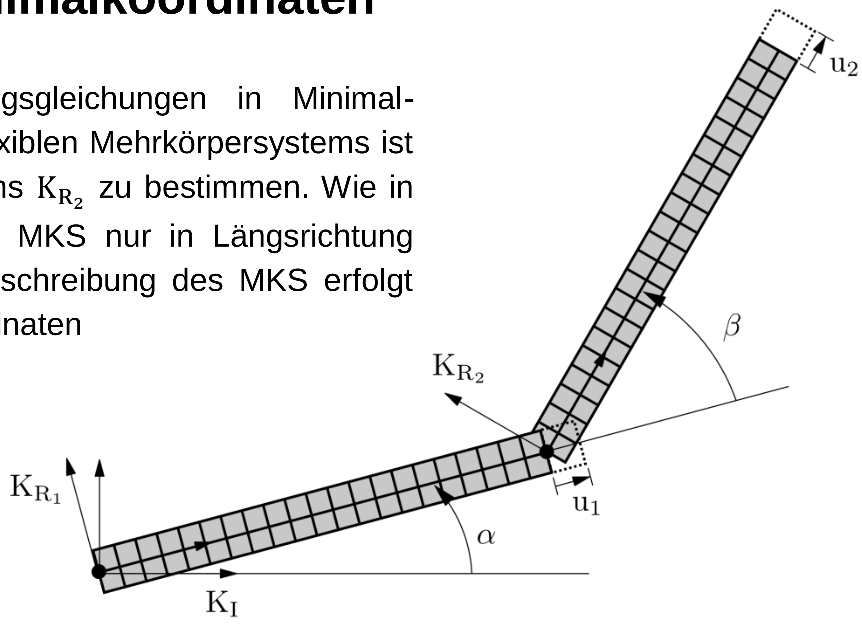
Kinematik eines Referenzsystems in Minimalkoordinaten



Zur Bestimmung der Bewegungsgleichungen in Minimalkoordinaten des dargestellten Flexiblen Mehrkörpersystems ist die Kinematik des Referenzsystems K_{R_2} zu bestimmen. Wie in A7 erfahren hier die Körper des MKS nur in Längsrichtung elastische Deformationen. Die Beschreibung des MKS erfolgt durch die verallgemeinerten Koordinaten

$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_s \\ \mathbf{y}_e \end{bmatrix}$ mit

$\mathbf{y}_s = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}$ und $\mathbf{y}_e = \begin{bmatrix} \mathbf{q}^1 \\ \mathbf{q}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1^1 \\ q_2^1 \\ q_1^2 \\ q_2^2 \end{bmatrix}$

a) Geben Sie die Transformationsmatrizen an:

$\mathbf{S}_{IR_1} = \begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix}$, $\mathbf{S}_{R_1R_2} = \begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix}$

$\mathbf{S}_{IR_2} = \begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix}$

b) Geben Sie den Ortsvektor des Punkts P im Inertialsystem K_I und im körperbezogenen Referenzsystem K_{R_2} an.

$$ {}^{I}\mathbf{r}_{IP} = \begin{bmatrix} \\ \\ \\ \end{bmatrix} $$

$$ {}^{R_2}\mathbf{r}_{IP} = \begin{bmatrix} \\ \\ \\ \end{bmatrix} $$

c) Wie lautet die Beschleunigung des Punkts P in K_I und K_{R_2}?

$$ {}^{I}\mathbf{a}_{IP} = \begin{bmatrix} \\ \\ \\ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta} \\ \ddot{q}_1^1 \\ \ddot{q}_2^1 \\ \ddot{q}_1^2 \\ \ddot{q}_2^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \\ \\ \\ \end{bmatrix} $$

$${}^{R_2}\mathbf{a}_{IP} = \underline{\qquad\qquad\qquad}$$

$$= \underbrace{\begin{bmatrix} \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \end{bmatrix}}_{\mathbf{J}_{T_{R_2}}} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta} \\ \ddot{q}_1^1 \\ \ddot{q}_2^1 \\ \ddot{q}_1^2 \\ \ddot{q}_2^2 \end{bmatrix}$$

$$+ \underbrace{\begin{bmatrix} \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\beta}_{T_{R_2}}}$$

d) Geben Sie die absolute Winkelgeschwindigkeit und Winkelbeschleunigung des Koordinatensystems K_{R_2} an.

$${}^{R_2}\boldsymbol{\omega}_{R_2} = \begin{bmatrix} \qquad\qquad\qquad \end{bmatrix}$$

$$ {}^{R_2}\boldsymbol{\alpha}_{IP} = \underbrace{\begin{bmatrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{bmatrix}}_{\mathbf{J}_{R_{R_2}}} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta} \\ \ddot{q}_1^1 \\ \ddot{q}_2^1 \\ \ddot{q}_1^2 \\ \ddot{q}_2^2 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\beta}_{R_{R_2}}} $$

e) Wie lautet die Beziehung $\mathbf{z}_{III_{R_2}} = \mathbf{J}_{R_2} \cdot \ddot{\mathbf{y}} + \boldsymbol{\beta}_{R_2}$?

$$ \begin{bmatrix} {}^{R_2}\mathbf{a}_{IR_2} \\ {}^{R_2}\boldsymbol{\alpha}_{IR_2} \\ {}^{R_2}\ddot{\mathbf{q}}_{IR_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta} \\ \ddot{q}_1^1 \\ \ddot{q}_2^1 \\ \ddot{q}_1^2 \\ \ddot{q}_2^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{bmatrix} $$