



## Bewegungsgleichungen mit algebraischen Bindungsgleichungen

### Schließbedingung

$$\mathbf{c} = \mathbf{c}(\mathbf{y}^b, t) = \mathbf{0}, \quad \mathbf{c} \in \mathbb{R}^{n_c}$$

Die verallgemeinerten Koordinaten  $\mathbf{y}^b$  sind nicht unabhängig voneinander und das System hat  $f = f^b - n_c$  Freiheitsgrade.

Die virtuellen Verrückungen sind ebenfalls nicht unabhängig voneinander:

$$\delta \mathbf{c} = \frac{\partial \mathbf{c}}{\partial \mathbf{y}^b} \cdot \delta \mathbf{y}^b = \mathbf{C}(\mathbf{y}^b, t) \cdot \delta \mathbf{y}^b = \mathbf{0}$$

### Bewegungsgleichungen

d'Alembert'sche Prinzip

$$\sum_{i=1}^p [\delta \mathbf{r}_i \cdot (m_i \mathbf{a}_i - \mathbf{f}_i^e) + \delta \mathbf{s}_i \cdot (\mathbf{I}_i \cdot \boldsymbol{\alpha}_i + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_i \cdot \mathbf{I}_i \cdot \boldsymbol{\omega}_i - \mathbf{I}_i^e)] = 0$$

Mit den virtuellen Verrückungen und der Kinematik des aufgespannten Baums

$$\delta \mathbf{r}_i = \mathbf{J}_{Ti}^b(\mathbf{y}^b, t) \cdot \delta \mathbf{y}^b \quad \text{und} \quad \delta \mathbf{s}_i = \mathbf{J}_{Ri}^b(\mathbf{y}^b, t) \cdot \delta \mathbf{y}^b$$

$$\mathbf{a}_i = \mathbf{J}_{Ti}^b(\mathbf{y}^b, t) \cdot \dot{\mathbf{y}}^b + \bar{\mathbf{a}}_i^b(\mathbf{y}^b, \dot{\mathbf{y}}^b, t) \quad \text{und} \quad \boldsymbol{\alpha}_i = \mathbf{J}_{Ri}^b(\mathbf{y}^b, t) \cdot \dot{\mathbf{y}}^b + \bar{\boldsymbol{\alpha}}_i^b(\mathbf{y}^b, \dot{\mathbf{y}}^b, t)$$

folgt

$$\delta \mathbf{y}^b \cdot \sum_{i=1}^p \left[ \left( \mathbf{J}_{Ti}^{bT} \cdot m_i \cdot \mathbf{J}_{Ti}^b + \mathbf{J}_{Ri}^{bT} \cdot \mathbf{I}_i \cdot \mathbf{J}_{Ri}^b \right) \cdot \dot{\mathbf{y}}^b + \mathbf{J}_{Ti}^{bT} \cdot m_i \cdot \bar{\mathbf{a}}_i^b + \mathbf{J}_{Ri}^{bT} \cdot \mathbf{I}_i \cdot \bar{\boldsymbol{\alpha}}_i^b + \mathbf{J}_{Ri}^{bT} \cdot \tilde{\boldsymbol{\omega}}_i \cdot \mathbf{I}_i \cdot \boldsymbol{\omega}_i - \mathbf{J}_{Ti}^{bT} \cdot \mathbf{f}_i^e - \mathbf{J}_{Ri}^{bT} \cdot \mathbf{I}_i^e \right] = 0, \quad \forall \text{ kinematisch zulässigen } \delta \mathbf{y}^b$$

bzw.

$$\delta \mathbf{y}^b \cdot (\mathbf{M}^b \cdot \dot{\mathbf{y}}^b + \mathbf{k}^b - \mathbf{q}^b) = 0, \quad \forall \delta \mathbf{y}^b: \mathbf{C} \cdot \delta \mathbf{y}^b = \mathbf{0}$$

Mit Satz 2.2 und den Lagrange Multiplikatoren  $\boldsymbol{\lambda} \in \mathbb{R}^{n_c}$  ergibt sich

$$\delta \mathbf{y}^b \cdot (\mathbf{M}^b \cdot \dot{\mathbf{y}}^b + \mathbf{k}^b - \mathbf{q}^b - \mathbf{C}^T \cdot \boldsymbol{\lambda}) = 0, \quad \forall \delta \mathbf{y}^b$$

Mit Satz 2.1 lauten dann die Bewegungsgleichungen für MKS mit Schleifenstruktur

$$\mathbf{M}^b(\mathbf{y}^b, t) \cdot \dot{\mathbf{y}}^b + \mathbf{k}^b(\mathbf{y}^b, \dot{\mathbf{y}}^b, t) - \mathbf{C}^T(\mathbf{y}^b, t) \cdot \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{q}^b(\mathbf{y}^b, \dot{\mathbf{y}}^b, t)$$