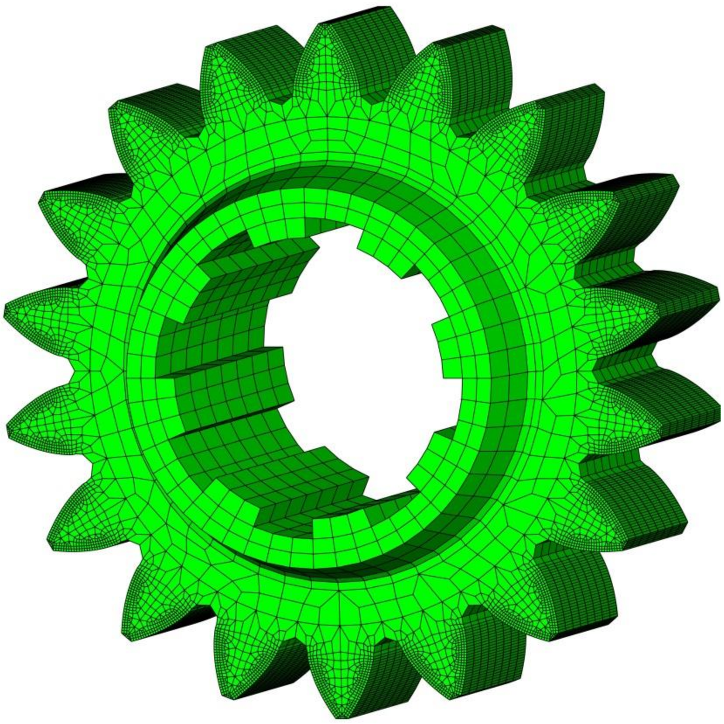
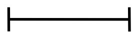
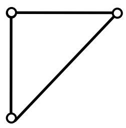
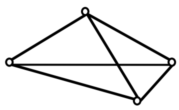
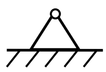
Finite-Elemente-Methode (FEM)

Die kontinuumsmechanische Beschreibung verformbarer Körper führt auf partielle Differentialgleichungen. Der als Lösung gesuchte Verschiebungsverlauf $\mathbf{u}$ muss für alle $\delta\mathbf{u}$ das D'Alembertsche Prinzip erfüllen. Da eine exakte Lösung nur bei einfachen Geometrien und Randbedingungen möglich ist, wird mit dem Galerkin-Verfahren eine Nährungslösung auf Basis von Ansatzfunktionen gesucht. Die Ansätze für die Verschiebung $\mathbf{u}$ und die virtuelle Verschiebung $\delta\mathbf{u}$ müssen den Randbedingungen genügen. Da jedoch globale Ansatzfunktionen für den Gesamtkörper schwierig zu finden sind, wird das Kontinuum in einzelne geometrisch einfache Elemente, den Finiten Elementen unterteilt. Für die Finiten Elemente einfacher Geometrie lassen sich dann passende Ansatzfunktionen finden. Für jedes Element ergeben sich dann lokale Bewegungsgleichungen, die anschließend zu einem Gesamtsystem zusammengesetzt werden.



Die FEM wurde zuerst in der linearen Strukturmechanik angewendet und ist heute fester Bestandteil des computergestützten Entwicklungsprozesses technischer Bauteile. Die lineare FEM hat dabei ein breites Einsatzgebiet in der statischen Spannungsanalyse, der Modalanalyse und der Untersuchung elastodynamischer Vorgänge. Die nichtlineare FEM ermöglicht die Berücksichtigung von Nichtlinearitäten wie Kontakte, nichtlineares Materialverhalten und große Verformungen. Somit ist es beispielsweise möglich, Umformprozesse, Crashverhalten, reibungserregte Strukturschwingungen sowie Stoßvorgänge zu untersuchen. Die FEM ist nicht auf die Festkörpermechanik beschränkt, sondern sie ist eine allgemeine Methode zur nährungsweisen Lösung partieller Differentialgleichungen und findet breite Anwendung in der Strömungsmechanik, Elektrodynamik und Wärmelehre.

Im Weiteren werden kurz einige ausgewählte Grundlagen der linearen FEM vorgestellt. Der Ausgangspunkt der linearen FEM ist die geometrisch linearisierte Beschreibung eines linear-elastischen Kontinuums. Zusammen mit dem D'Alembertschen Prinzip bildet sie die Grundlage der verschiebungsbasierten FEM.

Idealisierungen	▪ massebehaftete Elemente mit festgelegten Verformungseigenschaften (Trägheit und Steifigkeit) ▪ Knotenpunkte (Verknüpfung finiter Elemente, Angriffspunkte für Einzelkräfte, Beschreibung der Verformung) ▪ starre, reibungsfreie Bindungselemente		
Symbole	**Körper**		
	Zug-/Druckstab		Materialkennwert E Querschnitt A Länge L Dichte ρ
	Balkenelement (Zug/Druck, Biegung, Torsion)		Materialkennwerte E, G Querschnitt A Flächenträgheitsmomente Länge L Dichte ρ
	ebenes Dreieckselement		Materialkennwerte E, υ Dicke h Dichte ρ
	räumliches Tetraederelement		Materialkennwerte E, υ Dichte ρ
	⋮		
	Bindungselemente		
	Gelenklager		
	feste Einspannung