



26. August 2009

Bachelor-Prüfung in Technischer Mechanik I

Nachname, Vorname	
Musterlösung	
Matr.-Nummer	Fachrichtung

- Die Prüfung umfasst 7 Aufgaben auf 5 Blättern.
- Nur vorgelegte Fragen beantworten, keine Zwischenrechnungen eintragen.
- Alle Ergebnisse sind grundsätzlich in den gegebenen Größen auszudrücken.
- Die Blätter der Prüfung dürfen nicht getrennt werden.
- Außer elektronischen Geräten sind alle Hilfsmittel zugelassen.
- Bearbeitungszeit: 120 Minuten.
- Unterschreiben Sie die Prüfung **erst** beim Eintragen Ihres Namens in die Sitzliste.

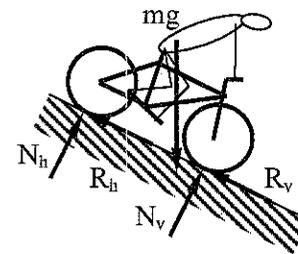
.....  
(Unterschrift)

Punkte	Korrektur
$\Sigma$	

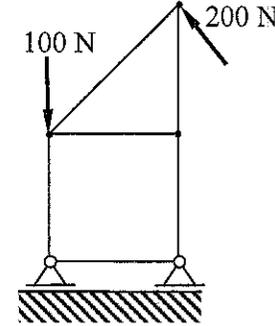
**Aufgabe 1** ( Punkte)

Welche der dargestellten Systeme sind im statischen Gleichgewicht?

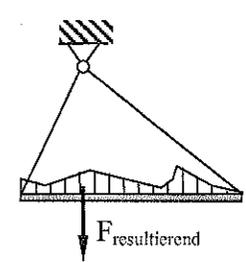
a) ungebremstes Fahrrad



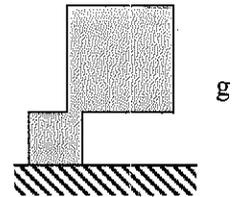
b) Fachwerk



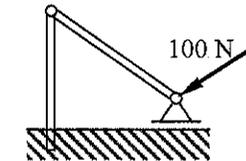
c) Waage



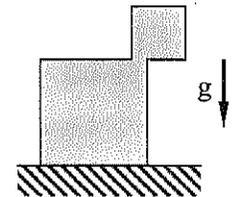
d) Profilleiste



e) Stabwerk



f) Profilleiste

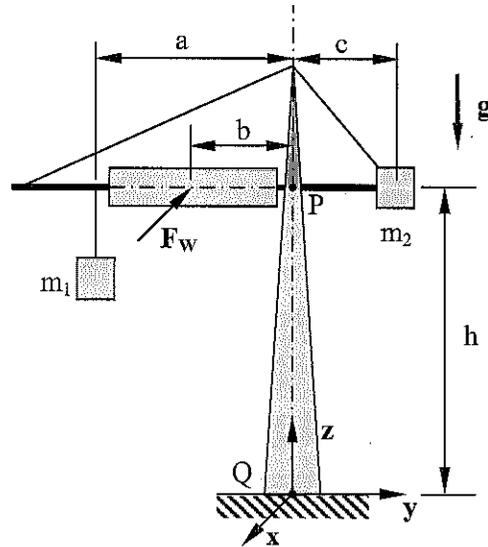


Kreuzen Sie die richtige Lösung an.

	Gleichgewicht	kein Gleichgewicht	keine Aussage möglich
a		X	
b		X	
c	X		
d		X	
e	X		
f	X		

### Aufgabe 2 ( Punkte)

Ein Baukran, der eine Last (Masse  $m_1$ ) trägt und über ein Gegengewicht (Masse  $m_2$ ) verfügt, soll mit einem Werbeschild ausgestattet werden. An diesem greift die Windkraft  $F_W$  mit bekanntem Betrag  $F_W$  in Richtung der negativen  $x$ -Achse an. Das Eigengewicht des Krans mit Werbeschild sowie weitere Windlasten können vernachlässigt werden.



- a) Berechnen Sie den äquivalenten Kraftwinder ( $\underline{A}$ ,  $\underline{M}_P$ ) der eingepprägten Kräfte bezüglich des Punktes P.

$$\underline{A} = \begin{pmatrix} -F_W & 0 & -(m_1 + m_2)g \\ (am_1 - cm_2)g & 0 & -bF_W \end{pmatrix}$$

- b) Wie lautet die Transformationsbeziehung für einen Wechsel des Bezugspunktes von P nach Q?

$$\underline{M}_Q = \underline{M}_P + \underline{r}_{QP} \times \underline{A}$$

- c) Berechnen Sie das Moment bezüglich des Punktes Q.

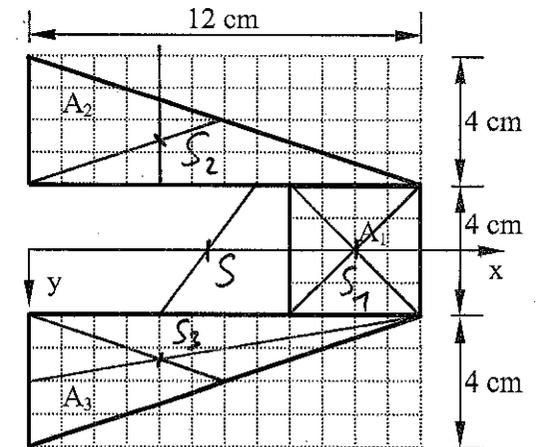
$$\underline{M}_Q = \begin{pmatrix} (am_1 - cm_2)g & -hF_W & -bF_W \end{pmatrix}$$

- d) Was muss für den Kraftwinder aller Kräfte und Momente ( $\underline{A}_{ges}$ ,  $\underline{M}_{P, ges}$ ) eines Systems gelten, damit es im Gleichgewicht ist?

$$(\underline{A}_{ges}, \underline{M}_{P, ges}) = (\underline{0}, \underline{0})$$

### Aufgabe 3 ( Punkte)

Es soll der Schwerpunkt  $S$  ( $x_{ges}$ ,  $y_{ges}$ ) eines Körpers mit konstanter Dicke und der dargestellten Querschnittsfläche bestimmt werden. Diese besteht aus einem Quadrat (Fläche  $A_1$ ), sowie zwei Dreiecken (Flächen  $A_2$  und  $A_3$ ).



- a) Konstruieren Sie die Schwerpunkte der Teilflächen und bezeichnen Sie diese mit  $S_1$ ,  $S_2$  und  $S_3$ .

- b) Wie lautet die Beziehung zur Berechnung der  $x$  Koordinate des Gesamtschwerpunkts  $x_{ges}$  aus den bekannten Teilflächen  $A_1$ ,  $A_2$  und  $A_3$  sowie deren Teilschwerpunktskoordinaten  $x_1$ ,  $x_2$  und  $x_3$ ?

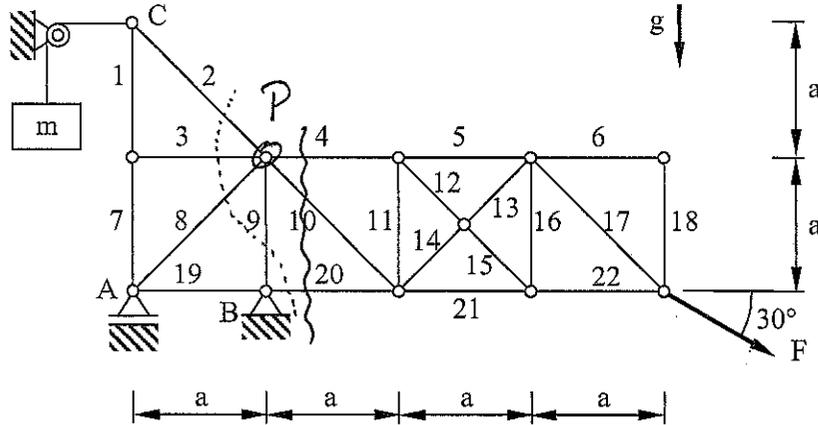
$$x_{ges} = \frac{x_1 A_1 + x_2 A_2 + x_3 A_3}{A_1 + A_2 + A_3}$$

- c) Berechnen Sie die Koordinaten des Gesamtschwerpunkts  $S$  und zeichnen Sie ihn ein.

$$x_{ges} = 5,5 \text{ cm}, \quad y_{ges} = 0 \text{ cm}$$

**Aufgabe 4** ( Punkte)

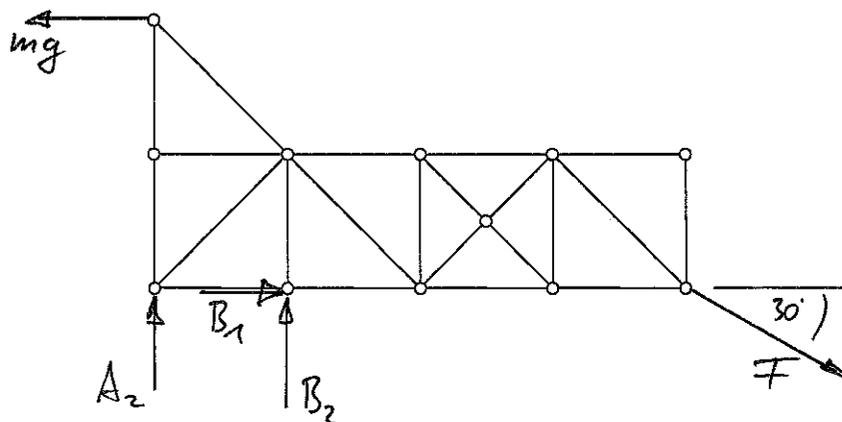
Untersuchen Sie das dargestellte Fachwerk.



a) Welche Aussagen treffen zu?

- |                                                                                   |                                                                                              |
|-----------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> das Fachwerk ist als Ganzes bestimmt gelagert | <input checked="" type="checkbox"/> das Fachwerk ist kinematisch bestimmt gelagert           |
| <input type="checkbox"/> mit Starrkörpermechanik sind alle Stabkräfte bestimmbar  | <input checked="" type="checkbox"/> mit Starrkörpermechanik sind alle Lagerkräfte bestimmbar |
| <input type="checkbox"/> das Fachwerk ist abbrechbar                              | <input type="checkbox"/> das Fachwerk ist einfach                                            |

b) Schneiden Sie das Fachwerk frei und zeichnen Sie alle angreifenden Kräfte ein.



c) Stellen Sie die Gleichgewichtsbedingungen für das Fachwerk auf.

$$-mg + B_1 + F \cos 30^\circ = 0$$

$$A_2 + B_2 - F \sin 30^\circ = 0$$

$$2amg + aB_2 - 4aF \sin 30^\circ = 0$$

d) Berechnen Sie die Lagerkräfte.

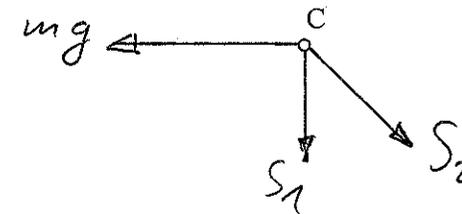
$$A_2 = 2mg - \frac{3}{2}F \quad B_1 = mg - \frac{\sqrt{3}}{2}F$$

$$B_2 = 2F - 2mg$$

e) Geben Sie die Indizes der Nullstäbe an.

$$3, 6, 18$$

f) Zeichnen Sie alle am Knoten C angreifenden Kräfte in die Skizze ein und benennen Sie diese.



g) Berechnen Sie die Stabkräfte der Stäbe 1 und 2.

$$S_1 = -mg \quad , \quad S_2 = \sqrt{2}mg$$

h) Zeichnen Sie einen Ritter-Schnitt und einen geeigneten Bezugspunkt P zur Berechnung der Stabkraft  $S_{20}$  in die Aufgabenskizze ein.

i) Berechnen Sie die Stabkraft  $S_{20}$ .

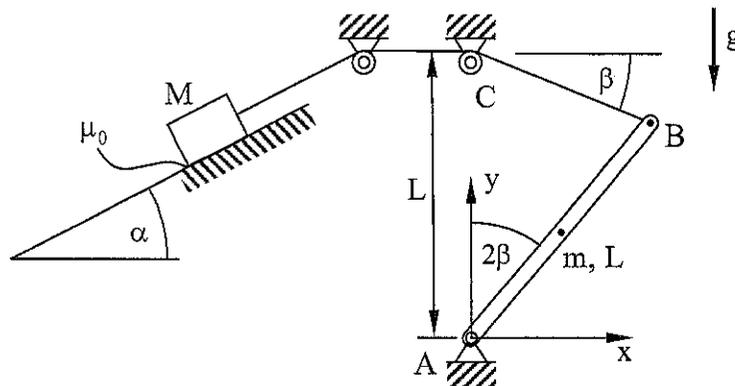
$$S_{20} = \frac{\sqrt{3}-3}{2} F$$

j) Klassifizieren Sie die folgenden Stäbe.

	$S_4$	$S_7$	$S_{22}$
Nullstab			
Zugstab	X		X
Druckstab		X	

### Aufgabe 5 ( Punkte)

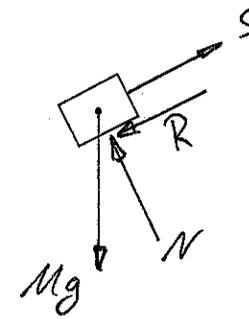
Eine Zugbrücke (Länge  $L$ , Masse  $m$ ) wird von einem Seil gehalten. Dieses ist über zwei reibungsfreie Rollen mit einem Gegengewicht (Masse  $M$ ) verbunden. Das Gegengewicht liegt auf einer unter dem Winkel  $\alpha$  geneigten, rauhen Ebene (Haftreibungskoeffizient  $\mu_0$ ).



a) Berechnen Sie den Vektor  $\mathbf{r}_{AB}$  sowie die im Punkt B angreifende Seilkraft, deren Betrag  $S$  kann als gegeben angesehen werden.

$$\mathbf{r}_{AB} = \begin{bmatrix} L \sin(2\beta) \\ L \cos(2\beta) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_B = \begin{bmatrix} -S \cos \beta \\ S \sin \beta \\ 0 \end{bmatrix}$$

b) Schneiden Sie das Gegengewicht frei.



c) Stellen Sie die Gleichgewichtsbedingungen für das Gegengewicht auf.

$$\begin{array}{l|l} N - Mg \cos \alpha = 0 & \text{oder} \\ S - R - Mg \sin \alpha = 0 & (S - R) \cos \alpha - N \sin \alpha = 0 \\ & (S - R) \sin \alpha + N \cos \alpha - Mg = 0 \end{array}$$

Aus dem Momentengleichgewicht der Brücke folgt die Seilkraft  $S = mg \sin(\beta)$ .

d) Wie lautet die Haftreibbedingung für das Gegengewicht?

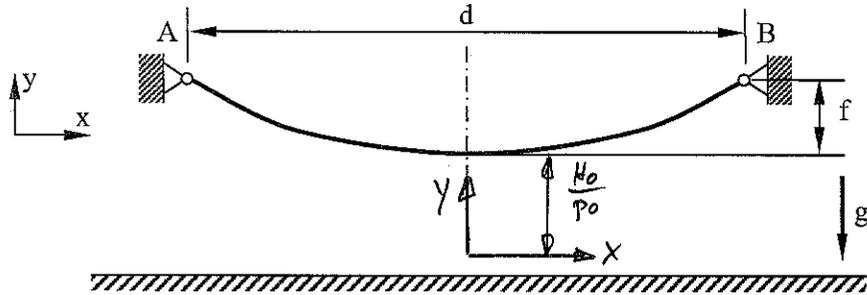
$$|m \sin \beta - M \sin \alpha| \leq \mu_0 M \cos \alpha$$

e) Ab welchem Winkel  $\beta_{\text{krit}}$  beginnt die Kiste nach rechts zu rutschen?

$$\beta_{\text{krit}} = \arcsin \left[ \frac{M}{m} (\mu_0 \cos \alpha + \sin \alpha) \right]$$

**Aufgabe 6** ( Punkte)

Für einen Geburtstag soll eine Girlande zwischen zwei Wänden aufgehängt werden. Hierfür wird die Girlande als ideales, biegeweiches Seil modelliert. Die Aufhängepunkte A und B sind auf gleicher Höhe über dem Fußboden in einer Entfernung  $d$  angebracht. Die Horizontalkraft im Seil beträgt  $H_0$ , wobei das Seil ein spezifisches Gewicht von  $p_0$  hat.



a) Geben Sie die Streckenlast eines Seils durch Eigengewicht an. Das Seil ist nicht straff gespannt.

$$q(x) = p_0 \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \quad \left( = p_0 \frac{dl}{dx} \right)$$

b) Wie sieht die allgemeine Lösung der Differentialgleichung der Seilkurve aus?

$$y(x) = \frac{H_0}{p_0} \cosh\left(\frac{p_0}{H_0} x + C_1\right) + C_2$$

c) Zeichnen Sie das Koordinatensystem in die Skizze ein, so dass sämtliche Integrationskonstanten verschwinden und bemaßen Sie dessen Position.

d) Berechnen Sie den Durchhang  $f$  in der Mitte des Seiles für  $d=6\text{ m}$ ,  $H_0=20\text{ N}$ ,  $p_0=1\text{ N/m}$  und kreuzen Sie die richtige Lösung an.

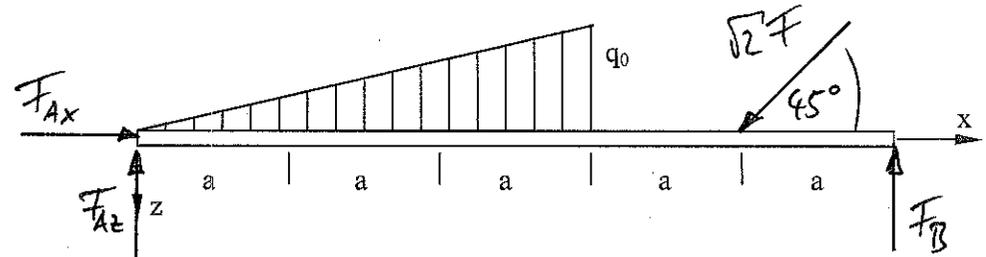
- |                                                                  |                                                       |
|------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> $0.05(\cosh(60)-1)\text{ m}$            | <input type="checkbox"/> $0.05(\cosh(60)+1)\text{ m}$ |
| <input type="checkbox"/> $0.05(\cosh(60))\text{ m}$              | <input type="checkbox"/> $20(\cosh(3/20))\text{ m}$   |
| <input checked="" type="checkbox"/> $20(\cosh(3/20)-1)\text{ m}$ | <input type="checkbox"/> $20(\cosh(3/20)+1)\text{ m}$ |

e) Wie ändert sich die Seilkraft  $S_A$  im Punkt A, wenn nur dieser nach oben verschoben wird?

- $S_A$  wird kleiner        $S_A$  wird größer        $S_A$  bleibt gleich

**Aufgabe 7** ( Punkte)

Ein Balken ist durch noch nicht eingezeichnete Kräfte, sowie eine Streckenlast belastet, die an der Stelle  $x=3a$  den Wert  $q_0$  annimmt.



a) Beschreiben Sie die Streckenlast mit Hilfe von Klammerfunktionen.

$$q(x) = \frac{q_0}{3a} x - \frac{q_0}{3a} \{x-3a\}^1 - q_0 \{x-3a\}^0$$

b) Es ergeben sich folgende Verläufe für die Querkraft  $Q(x)$  und Normalkraft  $N(x)$ . Zeichnen Sie die Reaktionskräfte und eingepprägten Kräfte in die Skizze ein.

$$Q(x) = -\int_0^x q(\bar{x}) d\bar{x} + F_{Az} - F \{x-4a\}^0 + F_B \{x-5a\}^0$$

$$N(x) = -F_{Ax} + F \{x-4a\}^0$$

c) Berechnen Sie den Momentenverlauf  $M(x)$ .

$$M(x) = -\frac{q_0}{18a} x^3 + \frac{q_0}{18a} \{x-3a\}^3 + \frac{q_0}{2} \{x-3a\}^2 + F_{Az} x - F \{x-4a\}^1 + F_B \{x-5a\}^1$$

d) Berechnen Sie die Reaktionskräfte  $F_{Ax}$ ,  $F_{Az}$  und  $F_B$  für  $q_0 = F/(3a)$ .

$$F_{Ax} = F, \quad F_{Az} = \frac{1}{2} F, \quad F_B = F$$

**ENDE**